

Кварталы-5

Числа и цифры

1. Кассирша Гх'аля придумала «купюрную систему счисления». Каждое целое число она выдает наименьшим количеством купюр (5000, 2000, 1000, 500, 200, 100, 50, 10, 5, 2, 1 рублей). Например,

$$3456 = 0 \cdot 5000 + 1 \cdot 2000 + 1 \cdot 1000 + 0 \cdot 500 + 2 \cdot 200 + 0 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 5 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$

можно записать как 1102010101. Какое десятичное число в купюрной системе счисления будет наибольшим десятизначным числом?

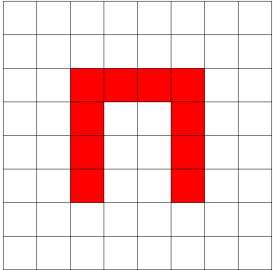
2. Сумма и произведение нескольких (более одного) натуральных чисел равны 12. Какие это могли быть числа? Найдите все варианты.
3. Про нечётное число КАПИЦА известно, что оно делится без остатка на 11. Найдите наименьшее такое число. (Одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, а разными – разные.)
4. Найдите наибольшее возможное значение ПИКАЧУ, для которого выполняется следующее равенство:

$$П \cdot И \cdot К = А \cdot Ч \cdot У.$$

Текстовые задачи

5. Бабушка очень любит своего внука. Она положила перед ним тарелку, на которой было 25 пирожков. Когда он съедал 5, бабушка не могла нарадоваться и разрешала взять ещё один пирожок с полки. Сколько пирожков в итоге съел внучок?
6. Канюк, Пингвин и Цапля решили посоревноваться в беге по круговой трассе. Пингвин впервые обогнал Цаплю спустя 10 минут после начала забега, а Цапля обогнала Канюка только спустя 15 минут после старта. Через сколько минут после начала соревнования Пингвин в первый раз нагонит Канюка. Считать, что все птицы бегут с постоянной скоростью, стартовав из точки в одном направлении.
7. Маленькая Пинна решила погадать сразу на букетике ромашек: «Любит? Не любит? Плюнет? Поцелует?». Изначально в букетике был 91 лепесток. Какой результат получит Пинна, если она не подозревает о своей аллергии на ромашки, поэтому и чихает после каждых 11 оторванных лепестков, отчего 2 ещё неоторванных улетают?
8. Пи-человек во всём любит гармонию и равенство. Именно поэтому он предпочитает, чтобы в его бумажнике всегда было такое целое число денег, что оно одинаково могло бы читаться как слева направо, так справа налево. Если же в его бумажнике иное число, он выбрасывает в окно наименьшее количество, которое отделяет его от «гармоничного». Какую сумму в рублях за пять дней выбросит в окно пи-человек, если в начале первого дня его бумажник был пуст, в конце каждого дня он получал зарплату 1334 рубля и в течение пяти дней не делал никаких затрат?

Клетчатая доска

9. Назовем клетку позитивной, если в соседних с ней по стороне клетках четное количество минусов. Расставьте на доске 8×8 более 32 минусов так, чтобы все клетки были позитивными. В каждой клетке должно стоять не более одного минуса.
10. Квартал представляет собой поле 5×5 . В каждой строке и в каждом столбце поля расположены числа от 1 до 5. Эти числа показывают высоту зданий в квартале: 1 – самое низкое, 5 – самое высокое. По бокам поля расположены подсказки – числа, которые показывают, сколько зданий видно с соответствующей стороны (столбца или строки). Определите высоту каждого здания в квартале.
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 2 | 2 | 4 | 1 | |
| 4 | | | | | | 1 |
| 2 | | | | | | 3 |
| 1 | | | | | | 3 |
| 2 | | | | | | 3 |
| 3 | | | | | | 2 |
| | 3 | 4 | 2 | 1 | 2 | |
11. На некоторые клетки шахматной доски поставили преграды (см.рис). Расставьте на этом поле наибольшее количество ладей, не бьющих друг друга.
- 
12. Разрежьте квадрат 8×8 на наименьшее нечетное количество квадратов с целыми сторонами.

Комбинаторика

13. Назовем четырехзначное число *гармоничным*, если число делится на 4, и при этом оно читается одинаково как слева направо, так и справа налево. Сколько существует гармоничных чисел?
14. В таблице 3×3 Питер поставил три крестика. Оказалось, что они не стоят в одном ряду, не стоят в одной строке и не стоят на одной диагонали. Сколькими способами Питер мог это сделать? Таблицу нельзя поворачивать.
15. В аудитории Л-106 лежали семь футболок семи разных размеров: XS, S, M, L, XL, XXL, XXXL. Первой зашла Женя, взяла футболку не своего размера (XS), которая при этом не была ей мала. Затем зашла Юлия и тоже взяла футболку не своего размера (M), которая при этом не была ей мала. А потом и Лёша (L) сделал так же. Сколькими способами это могло произойти?
16. Сколько значений может принимать данное выражение

$$T + Y + P + H + I + P + K + A + P + I + C + A?$$

Одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, а разными – разные.